



Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN A

1.- (a) (1 punto) Enuncie el Teorema de Rolle.

(b) (1'5 puntos) Pruebe que cualquiera que sea la constante a la función $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x + a$ cumple las hipótesis de dicho teorema en el intervalo $[1, 3]$. Calcule un punto del intervalo abierto $(1, 3)$ cuya existencia asegura el Teorema de Rolle.

2.- (a) (1'5 puntos) Represente, de forma aproximada, la figura plana limitada por la curva $y = -2(x - 1)^3$, su recta tangente en el punto $(1, 0)$ y la recta $x = 0$. (Puede ser útil calcular los cortes de la curva $y = -2(x - 1)^3$ con los ejes coordenados.)

(b) (1 punto) Calcule el área de dicha figura plana.

3.- Calcule las matrices de la forma $X = \begin{pmatrix} x & 1 \\ y & 0 \end{pmatrix}$ que cumplen la ecuación

$$X \cdot X^t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

donde X^t es la matriz traspuesta de X .

4.- (a) (1'5 puntos) Estudie, en función de los parámetros a y b , la posición relativa de la recta $r : \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ y el plano $\Pi \equiv x + y + az = b$.

(b) (1 punto) Para cada una de las posiciones obtenidas, diga cómo es el sistema formado por las tres ecuaciones

$$x = 0, \quad y = 0, \quad x + y + az = b.$$



Instrucciones: El alumno elegirá una de las dos opciones propuestas. Cada una de las cuatro cuestiones de la opción elegida puntuará 2'5 puntos como máximo. Cuando la solución de una cuestión se base en un cálculo, éste deberá incluirse en la respuesta dada.

OPCIÓN B

1.- (a) (1 punto) Enuncie el Teorema del Valor Medio del Cálculo Integral.
(b) (1'5 puntos) Calcule el punto al que se refiere dicho teorema para la función $f(x) = e^x + 1$ en el intervalo $[0, 1]$.

2.- (a) (2 punto) Estudie las asíntotas, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función $f(x) = xe^{-x}$.
(b) (0'5 puntos) Represente, utilizando los datos obtenidos en el apartado anterior, la gráfica de la función $f(x) = xe^{-x}$.

3.- Discuta, en función del parámetro a , el sistema de ecuaciones

$$\left. \begin{array}{rcl} -x & + & 2y & + & z & = & a \\ x & + & (a-1)y & + & az & = & 0 \\ ax & + & 2y & + & z & = & -1 \end{array} \right\}$$

(no es necesario resolverlo en ningún caso).

4.- Considere las rectas $r : \begin{cases} x + y = 0 \\ x - z = 1 \end{cases}$ y $s : \begin{cases} x = 1 \\ y = \lambda \\ z = \lambda \end{cases}$.

(a) (2 puntos) Determine el plano Π que contiene a la recta r y corta perpendicularmente a la recta s .

(b) (0'5 punto) Calcule el punto donde se cortan el plano Π y la recta s .